

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
„ADOLF HAIMOVICI”  
ETAPA LOCALĂ, 22.02.2015  
CLASA A XI-A  
PROFIL TEHNOLOGIC

1. În  $M_2(R)$  consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , precum și submulțimea  $G = \{X(a) \mid a \in R, X(a) = I_2 + aA\}$ .
- a) (2p) Calculați  $A^2$ .
- b) (2p) Arătați că  $X(a) \cdot X(b) = X(a + b + ab)$  oricare ar fi  $X(a), X(b) \in G$ .
- c) (3p) Arătați că  $X^n(1) = X(2^n - 1)$  oricare ar fi  $n \in N, n \geq 2$ .
2. Se consideră  $A = \begin{pmatrix} 2a+1 & 2b+1 & 2c+1 \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ 3a & 3b & 3c \end{pmatrix}$ .
- a) (3p) Pentru  $a = 1, b = 2, c = 3$  calculați  $\det A$ .
- b) (4p) Arătați că, dacă  $a, b, c$  sunt laturile unui triunghi pentru care  $\det A = 0$ , atunci triunghiul este isoscel.
3. a) (3p) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^2 + x - 6}$ .
- b) (4p) Determinați valorile numărului natural  $n$  pentru care are loc egalitatea:
- $$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{tgx + tg2x + \dots + tgnx}{x^2 + 2x} \right) = 5.$$
4. Determinați numerele reale  $a$  și  $b \in R$  pentru care  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^2 + 2015}{x + 2015} - ax - b \right) = -2015$ .

**Notă:**

**Toate subiectele sunt obligatorii .**

**Fiecare subiect este notat de la 0 la 7.**

**Timp de lucru trei ore.**

Subiectele au fost propuse de *prof.Ciorascu Marian, Ciuca Rodica*

Succes!